# 鉛バッテリ状態検知センサ ~5次指数関数によるバッテリ開回路電圧の予測~

Battery Monitoring Sensor Prediction of Open Circuit Voltage with Fifth-Order Exponential Decay Function

# 古河電気工業㈱

岩根典靖\* Noriyasu Iwane

概要 近年関心が高まりつつある車載バッテリの状態検知技術において,最も重要な検知項目の1 つが通称SOC (state of charge) と呼ばれる充電率である。一般に鉛バッテリにおいてはSOCと安定 開回路電圧 (安定OCV)の擬直線関係が知られており,これを利用してSOCを推定することが試みら れているが,実際用途への適用においては充放電動作に伴う分極の影響が大きな問題となっていた。 筆者らは,充放電動作が停止しバッテリ電圧が安定OCVへと収束していく過渡特性が,時間に対す る5次指数関数で完全に表現できることを見出し,この関数を基にした安定OCV予測が実現可能で あることを種々の算術演算により実証した。この結果から,これまでにない精度でのSOC検知の可 能性が高まったと考え,その概要を報告する。

#### 1. はじめに

近年の自動車技術トレンドとしてアイドリング・ストップに 代表される省エネ機能,安全性向上のための各種センサ,快適 性向上のための電動装備などの導入が加速的に進みつつある。 これらは全て車載バッテリ電源への負荷を増大させるものであ ると言える。

この流れを受けて車載バッテリの状態を検知し,安定的な電源マネージメントを行いたいという要望が自動車メーカの中で 高まりつつある。当社でも古河電池㈱殿の知見を共有できる強 みを生かして2000年よりバッテリ状態検知センサの開発を開 始した。

バッテリ状態検知において最も重要な検知項目の1つに通称 SOC (state of charge) と呼ばれる充電率がある。一般に鉛バッ テリにおいてはSOC とOCV (open circuit voltage) と呼ばれる 電流が流れていない状態のバッテリ安定電圧との直線相関が知 られており、このOCV を電圧センサで読み取りSOCを求める ことが最も簡単な方法と考えられる。しかしながら実際の車載 バッテリの置かれている環境を考えた場合、車両運行中は常に オルタネータからの充電電流、あるいは各電装機器への供給電 流が流れておりバッテリが安定電圧であるOCVを示すことは あり得ない。更に車両が停止し、バッテリ電流が停止した後も 一旦動的環境で付加された分極の影響は、長時間に亘って解消 せず,室温にあってもバッテリ電圧がOCVとみなせる値に収 束するまでには十数時間以上の時間を要する。これは実際の車 載用途への適用を考えた場合,正確なOCV値を取得するうえ で大きな制約となる。

そこで筆者らはこのバッテリ電圧がOCVへと収束して行く 分極緩和挙動に着目し、これを時間関数として表現できないか と考え種々の関数を当てはめて比較検証を行い、その結果5次 の指数関数によって完全に表現可能であることを見出すことが できた。これによりバッテリの分極緩和の電圧変化を比較的短 時間観測することによって実際にバッテリ電圧がOCVとなる まで待つことなく高い精度でOCVの値を予測することが可能 になったと言える。

これは実用的な車載バッテリ状態検知センサを開発するうえ で非常に大きな技術的進歩と考える。

## 2. 鉛バッテリの平衡電位OCVと硫酸濃度

鉛バッテリの充放電反応を反応式(1)に示す。

Pb + PbO<sub>2</sub> + 2H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> ⇔ 2PbSO4 + 2H<sub>2</sub>O (1) 上記に示すとおり充電率によって電解液である硫酸の濃度が 変化することが鉛バッテリの大きな特長である。この電解液濃 度とバッテリ起電力の関係は執力学平衡論により次のNernst

度とバッテリ起電力の関係は熱力学平衡論により次のNernst 方程式(2)<sup>1)</sup>で表されることが知られている。

\* 古河電気工業㈱ 研究開発本部 自動車電装技術研究所

$E = E_0 + (RT/F) \cdot \ln (a$	$aH^+ \cdot aHSO_{4^-}/aH_2O)$	(2)
E <sub>0</sub> :標準電極電位	<i>aH</i> +:水素イオン活量	
R:気体定数	<i>aHSO</i> <sub>4</sub> :硫酸イオン活量	
T:温度	aH <sub>2</sub> O:水の活量	
F: Faraday 定数		
1 I al a a a j / E //		

上記のうち、*E*<sub>0</sub>と呼ばれる標準電極電位<sup>1</sup>)は反応に関与する 化学種の標準生成自由エネルギー等の熱力学データより一意的 に算出される定数で,鉛バッテリにおいては約1.93 Vとなるこ とが知られている<sup>1</sup>)。また各活量は理想溶液にあってはモル分 率と一致することが知られている<sup>1</sup>)。

筆者らが実験により求めた鉛バッテリのSOCとOCVの相関 関係を図1に示す。

図1のとおり、-30℃の様な極低温環境を除きSOCとOCV は非常に良い直線関係を示すことが確認された。



## 3. 鉛バッテリの分極緩和挙動

サンプルバッテリとして古河電池㈱殿より無停電電源システム用シール式鉛バッテリFPX1255:定格電圧12 V/公称容量5.5 Ah (図2)を供与いただき、各種分極付加条件を制御し、その後の分極緩和挙動を観察した。一例として-20℃で15 VのCV充電600 sの条件における分極緩和24 h観測の結果を図3に示す。 また図3における各経過時間後のバッテリ電圧は表1のとおりである。



図2 FPX1255 鉛バッテリ FPX1255 Battery.



**図3** 分極緩和挙動曲線 Relaxation of charging over-voltage.

表1	経過時間とバッテリ電圧の関係
	Battery voltage in relaxation of over-voltage.

Time	600 sec.	1800 sec.	3600 sec.	18000 sec.	86400 sec.
	(10 min.)	(30 min.)	(1 hour)	(5 hours)	(24 hours)
Voltage	14.19 V	13.77 V	13.50 V	13.15 V	12.98 V

表1で例えば1h経過後のバッテリ電圧は13.5 Vであり, 24 h経過では12.98 Vとなり,その差は約0.5 Vである。一方 図1を見ると温度によって若干の差はあるが概ね0.3 Vで SOC20%分に対応している。したがって,もしこの様に残留す る分極の影響によって0.5 VのOCV読取誤差が発生した場合に は35%ものSOC検知誤差を生じてしまうことになる。

#### 4. 分極緩和挙動の関数表現

前記のような問題を解決するためには十分にバッテリ電圧が 安定するまで待つことが一番確実であるが前記のとおり現実的 ではない。

そこでこの分極緩和挙動を表現できる時間関数を見出し,比 較的短時間でバッテリ電圧を観測することによって,前期関数 の収束値としてOCVを求めることが現実解として最も有効で あろうと考え,市販のデータ解析ソフトウエアOriginPro7.5J を用いて各種関数で前記分極緩和曲線が表現可能かどうかの検 討を行なった。図3で示す分極緩和挙動について主な基本関数 でFittingを行なった結果を図4に示す。

図4では3次多項式関数,対数関数,一次指数減衰関数に関 してFittingを行なっている。3者を比較すると対数関数が最も 良く一致する結果を示していることが分かる。しかしながら実 際の電池内部の物理現象を考えた場合,分極付加によってバッ テリ内のキャパシタ要素が充電され,それが放電していく過程 が分極緩和過程と考えるのが(図5)最も自然であろうと考え る。このキャパシタの放電過程は式(3)のとおり指数関数で表 現されることが知られている<sup>2)</sup>。



図4 主な基本関数によるFittingの結果 Fitting results with some basic functions.



図5 キャパシタの放電モデル Discharge model of capacitor.

 $V(t) = V_0 \times \exp\left(-t / RC\right) \tag{3}$ 

筆者は物理現象に忠実であることがより正しい解に至る近道 であると考えて,指数関数の高次化による高精度化を検討した。 (一方対数関数は最小二乗法によるFitting<sup>2</sup>)においては高次化 しても2項目,3項目の係数は1項目と同じ値に収束し,高次 化による高精度化は得られないことを確認している。)

時間スケールを72 hに拡大して高次指数関数でFittingした 結果を図6に示す。



図6 高次元指数関数による Fitting の結果 (72 h) Results of high order exponential functions (72 h).

高次指数関数の一般式を式(4)に示す。

$$y = y0 + a1 \cdot \exp(b1 \cdot x + a2 \cdot \exp(b2 \cdot x) + \cdots$$
 (4)

図6より4次指数関数で相関係数R<sup>2</sup> = 0.9998, 5次関数でR<sup>2</sup> = 0.99998を示し、グラフ上の印象では4次以上の指数関数で ほぼ完全に実測値と一致しているように見える。しかし実際に 予測のために観測するのは極初期の値であり、この初期電圧が 良く一致していなければ精度良く収束値を予測することは困難 である。初期600 sのFitting結果を図7に拡大して示す。



図7 高次元指数関数による Fittingの結果 (600 s) Results of high order exponential functions (600 s).

図7を見れば分かるとおり,72hのグラフ上では一致してい るように見える4次指数関数も600sの拡大を見てみると完全に は一致していないことが分った。これは初期電圧から安定収束 値を推定する場合においては,無視できない誤差を与えるであ ろうと推測される。一方5次指数関数では600sの拡大において も完全に一致しており,初期電圧からでも安定収束値を推定す ることが可能であろうと推測される。いい換えると5次指数関 数は分極の緩和過程を完全に表現できていると考えられる。

他の温度環境での分極緩和について確認した結果を図8に示 す。図8より温度に関係なく5次指数関数で分極緩和過程が表 現できることが判る。



図8 5次指数関数によるFittingの結果 Results of fitting with fifth-order exponential function.

# 5. 次指数関数による OCV 推定結果

#### 5.1 最適パラメータ推定

5次指数関数を式(5)に改めて示す。

$$y = y0 + a1 \cdot exp (b1 \cdot x) + a2 \cdot exp (b2 \cdot x) + a3 \cdot exp (b3 \cdot x) + a4 \cdot exp (b4 \cdot x) + a5 \cdot exp (b5 \cdot x)$$
(5)

式(5)においてで電池電圧の無限時間経過後の安定収束値= OCVはy0となる。したがって短時間の電圧観測値から最適な y0を求めることが課題となる。この最適パラメータ推定の方 法としては前述の最小二乗法が最も一般的な方法として知られ ており、また現代制御工学においては(拡張)カルマン・フィル タ3のようなオンライン推定方法も用いられる。

最小二 乗法では観測値(X1, Y1), (X2, Y2)・・・(XN, YN)に対して関数F(x)が,

$$\sum_{n=1}^{N} \{ \text{Yn} - f(\text{Xn}) \}^2 = \min$$
 (6)

となるようにパラメータ決定される。式(6)を式(5)の5次 指数関数に当てはめて展開すると次の非線形連立方程式を解く こととなる。



この様な非線形連立方程式を解くことは容易ではなく、一般 に解析解を求めることは不可能である。そこでGauss-Newton 法<sup>2)</sup>,あるいは Gauss-Newton法に共役勾配法<sup>3)</sup>を組み合わせ ることより収束ロバスト性を高めたLevenberg-Marquardt法<sup>3)</sup> などの初期値を基に繰り返し演算を行なう逐次演算法によって 解を求める。

#### 5.2 最適パラメータ推定における電圧観測時間検討

より最適なパラメータ推定の観点からは当然のことながらよ り長時間に亘って電圧観測から予測するほど精度は上がるが, 車載センサなどへの適応を考えた場合,電圧観測に必要な時間 は短ければ短いほど好ましい。そこでパラメータ推定に用いる 時間を短くしていき,推定結果がどのようになるかを確認した。 逐次演算では一般に初期値依存が強く,初期値が解に対して あまりにかけ離れている場合にはローカルアンサや計算の発散 という問題が発生することが知られている。今回データ解析ソ フトとしてOriginPro7.5Jを用いているが,このソフトはパラ メータ推定アルゴリズムにLevenberg-Marquardt法を採用し ている。当然演算開始に際して初期値を設定する必要があるが, まず初期値を固定値として設定することを前提に,ある程度安 定的に収束解が得られる初期値として,

$$a1 = 0.5$$
  

$$a2 = 0.5$$
  

$$a3 = 0.5$$
  

$$a4 = 0.5$$
  

$$b1 = -1.0E - 2$$
  

$$b2 = -1.0E - 3$$
  

$$b3 = -5.0E - 4$$
  

$$b4 = -1.0E - 4$$
  

$$b5 = -1.0E - 5$$
  

$$y0 = 13$$

を与え,観測時間72 h, 24 h, 5 h, 1 h, 0.5 hの条件でパラ メータ収束状況を調べた。その結果を**表2**に示す。

Results of parameter fitting with constant initial values.					
	259200 sec.	86400 sec.	18000 sec.	3600 sec.	1800 sec.
	(72 hours)	(24 hours)	(5 hours)	(1 hour)	(30 min.)
al	0.18165	0.18494	0.18227	0.14229	0.10618
a2	0.4194	0.37675	0.40751	0.2968	0.26204
a3	0.95336	0.93074	0.93509	0.66576	0.75472
a4	0.26797	0.25342	0.36775	0.9445	0.94309
a5	0.32843	0.29649	0.37518	0.95575	0.95159
b1	-0.016509243	-0.01360172	-0.01792191	-0.02223038	-0.028785486
b2	-0.002727987	-0.00258982	-0.00284124	-0.0042573	-0.005765846
b3	-0.000477583	-0.00048713	-0.00050396	-0.0009215	-0.001053355
b4	-8.45466E-05	-0.0001018	-8.5814E-05	-0.00014872	-8.98399E-05
b5	-7.88618E-06	-1.2665E-05	-1.7737E-07	-5.1529E-09	-2.88609E-05
y0	12.8099	12.87668	12.70014	11.96402	11.95193

**表2** 初期値を固定値とした場合のパラメータ収束結果 Possible of parameter fitting with constant initial value

表2において72 hの観測からのy0パラメータ推定値を真値 と考えると、5 h以上観測すれば誤差0.1 V程度とすることが可 能であるが、1 hあるいは0.5 hでは約1 Vもの誤差となり、全 くSOC推定に使えないという結果であった。一方実際の車載 環境を考えた場合、5 hもの車両停止並びに電圧観測時間の確 保は実用的とはいい難いと言わざるを得ない。

上記の誤差が初期値の最適化によって回避可能なものか,あ るいは短時間でのパラメータ推定では不可避なものか確認する ために72 hでの収束解を初期値として再度計算を試みた。そ の結果を**表3**に示す。

表3から初期値さえ最適化できれば0.5 hの短時間の観測値 からでも極めて精度良くy0が推定できることが確認された。 しかしながら、最初からこのように最適解に近い初期値を求め ることは困難であり、また可能であれば最小二乗演算を行なう 必要もないということを意味する。

表3	収束解を初期値として再計算した結果
	Results of parameter fitting with ideal initial values.

	259200 sec.	86400 sec.	18000 sec.	3600 sec.	1800 sec.
	(72 hours)	(24 hours)	(5 hours)	(1 hour)	(30 min.)
al	0.18165	0.18494	0.18223	0.17777	0.1333
a2	0.4194	0.37675	0.40746	0.38423	0.31683
a3	0.95336	0.93074	0.93469	0.93889	1.04206
a4	0.26797	0.25342	0.36531	0.2909	0.29118
a5	0.32843	0.29649	0.29635	0.34785	0.35127
b1	-0.016509243	-0.01360172	-0.01792629	-0.01768617	-0.023169338
b2	-0.002727987	-0.00258982	-0.00284197	-0.00300893	-0.004333842
b3	-0.000477583	-0.00048713	-0.00050416	-0.00053744	-0.000671862
b4	-8.45466E-05	-0.0001018	-8.6515E-05	-5.8933E-05	-3.05714E-05
b5	-7.88618E-06	-1.2665E-05	-4.9568E-07	-4.0105E-05	-1.34081E-19
y0	12.8099	12.87668	12.7819	12.8262	12.83263

#### 5.3 緩和時間項固定による掲載の安定化

上記のような問題を解決する1つの可能性として,緩和時間 項と呼ばれる式(5)のb1,b2,b3,b4,b5の係数を予め定め た温度などを変数とする実験式から算出し,これを定数として 最小二乗演算を行なうことはできないかと考えた。

もし上記のように b1, b2, b3 b4, b5が別途に算出できれ ば最小二乗演算で求めるパラメータはa1, a2, a3, a4, a5, y0と大幅に少なくなる。また最小二乗演算は下記の線形連立 方程式で表され,逐次演算を必要とせずに解析解を求めること が可能となり,極めて大幅な計算負荷の低減が可能となる。

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{N} Yn \cdot b1^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} Yn \cdot b2^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} Yn \cdot b3^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} Yn \cdot b4^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} Nn \cdot b5^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} b1^{Xn} \cdot b2^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} b2^{Xn} \cdot b2^{Xn} \\ \sum_{n=1}^{N} b2^{Xn$$

しかし,残念ながら前項の72 hの観測値から得られた b1, b2, b3, b4, b5を上記式(8)に代入して1 hあるいは0.5 hの 観測値からのパラメータ推定を行なっても全く精度良い推定は できないことを確認した。前記方法が可能となる前提は短時間 でも精度良くパラメータ推定が行なえる固定係数 b1, b2, b3, b4, b5が存在することである。筆者はVBAマクロプログラム を作成しどの観測時間からでもほぼ同一の収束解を与える b1, b2, b3, b4, b5が存在するかどうかを模索した。その結果,

- b1 = -1.39556E-2
- b2 = -2.54712E-3
- b3 = -4.4784E-4
- b4 = -8.61326E-5
- b5 = -7.37354E-6

を見出し、これから表4のパラメータ推定結果を得た。

この結果からどの観測時間からでもほぼ同一の収束解を与えるb1, b2, b3, b4, b5は存在し, なおかつ予測精度も極めて高いことが確認できた。

表4	固定係数b1 ~ b5によるパラメータ推定結果
	Results of parameter fitting in fixed bl $\sim$ b5 condition

		*	0		
	259200 sec.	86400 sec.	18000 sec.	3600 sec.	1800 sec.
	(72 hours)	(24 hours)	(5 hours)	(1 hour)	(30 min.)
al	0.197363	0.186611	0.204374	0.205364	0.203812
a2	0.40674	0.380884	0.403937	0.396729	0.397581
a3	0.935731	0.94366	0.939298	0.952906	0.908875
a4	0.281514	0.268156	0.274624	0.255088	0.397949
a5	0.331882	0.351513	0.361888	0.320114	0.244141
y0	12.80155	12.78899	12.77647	12.82862	12.80078

また、緩和時間項が固定されることによってカルマン・フィ ルタ演算においてもコンベンショナルな線形-Gaussモデルで 表現可能であり、定常カルマン・フィルタ演算として扱えるこ とから最小二乗法に代わる演算方法としてカルマンル・フィル タ演算の可能性模索も試みた。カルマン・フィルタ演算の一般 アルゴリズムを次に示す。

$$\begin{split} \hat{x}_{n}^{-} &= A_{n-1} \hat{x}_{n-1}^{+} + B_{n-1} \hat{u}_{n-1}^{+} \\ \Sigma_{\hat{x},n}^{-} &= A_{n-1} \Sigma_{\hat{x},n-1}^{+} A_{n-1}^{T} + \Sigma_{w} \\ L_{n} &= \Sigma_{\hat{x},n}^{-} C_{n}^{T} \left[ C_{n} \Sigma_{\hat{x},n}^{-} C_{n}^{T} + \Sigma_{v} \right]^{-1} \\ \hat{x}_{n}^{+} &= \hat{x}_{n}^{-} + L_{n} \left[ \hat{y}_{n} - C_{n} \hat{x}_{n}^{-} - D_{n} \hat{u}_{n} \right] \\ \Sigma_{\hat{x},n}^{+} &= \left[ 1 - L_{n} C_{n} \right] \Sigma_{\hat{x},n}^{-} \end{split}$$
(9)

ここで

$$\hat{x}$$
 : 状態ベクトル  
A : ヤコビ行列  
 $\Sigma_{\hat{x}n}$ : 共分散行列  
 $L_n$  : カルマン・ゲイン  
 $C_n$  : 観測方程式行列/ベクトル  
 $\Sigma_w$  : システムノイズ  
 $\Sigma_v$  : 観測ノイズ  
 $u_n$  : 入力ベクトル

本報告では状態空間表現として, 状態ベクトルx:

$$X = \begin{pmatrix} a1 \cdot \exp(n \cdot \Delta t \cdot b1) \\ a2 \cdot \exp(n \cdot \Delta t \cdot b2) \\ a3 \cdot \exp(n \cdot \Delta t \cdot b3) \\ a4 \cdot \exp(n \cdot \Delta t \cdot b4) \\ a5 \cdot \exp(n \cdot \Delta t \cdot B5) \\ y0 \end{pmatrix}$$
(10)

ヤコビ行列A:



を与えた。ここで*∆*tは観測値の取得時間間隔である。

前記状態空間表現を元に、VBAマクロプロブラムを作成し、 定常カルマン・フィルタ演算を試みた。その際、パラメータ初 期値を

- a1 = 0.5
- a2 = 0.5
- a3 = 0.5
- a4 = 0.5
- a5 = 0.5
- y0 = 13

とし、共分散の初期値を単位行列とした。またシステム・ノ イズは関数のFitting精度が極めて高いことから無視できるも のとし、観測ノイズは最小二乗法における結果を参考に1× 10-7とした。

y0の推定結果を図9に示す。



図9 カルマン・フィルタ演算による y0の推定結果 Result of Kalman-filtering of y0-parameter.

図9よりy0の値は約1800 s = 0.5 hで約12.8 Vに収束してお り最小二乗演算と同等の結果が得られた。

#### 6.電気化学現象上の考察

前述したとおり,筆者はこの様に分極の緩和過程が5次指数 関数で精度良く表現できることは物理現象としても分極過程で 充電されたバッテリ内のキャパシタ要素が自己放電していく過 程と対応しているのではないかと考えている(図10)。



図10 5つのキャパシタによる等価回路モデル Equivalent electric circuit model with five capacitors.

筆者の目的はバッテリの状態検知技術を確立することであ り,バッテリ内の物理現象を解明することではない。しかしな がらバッテリ内の物理現象に関する理解,知見なくしては精度 の良い状態検知技術は確立できないこともまた事実である。 1つの可能性として,上記図10の等価回路モデルにおける5 つのキャパシタ要素を,実際のバッテリ内の物理現象に当ては めてみた例を図11に示す。



図11 バッテリ内の5つのキャパシタの物理現象の1例 One example of 5 capacitors inside battery.

### 7.おわりに

これまで述べてきたとおり,筆者は分極の緩和過程が5次指 数関数によってほぼ完全に記述できることを見出し,この関数 を基に最小二乗演算を主体とした算術演算によって,分極緩和 過程初期の電圧観測から安定収束電圧を予測することが可能と なったことを実証した。このことはバッテリのSOCを検知す るうえで,非常に重要な基礎技術が確立できたことを意味する。

しかし一方で、如何にして安定的に精度の高い関数パラメー タの解を得るかについては今後の課題を残している。最小二乗 演算,カルマン・フィルタ演算とも収束解に対する初期値依存 が存在し,初期値が最適化されていなければ正確なパラメータ 推定は困難であることは前述のとおりである。如何にして適切 な初期値を設定するかが、二次的な技術として重要となるであ ろう。また本検討において係数のうち緩和時間項を別アルゴリ ズムで算出することを想定した検討を試みているが、この具体 的なアルゴリズムについては未だ検討に着手していない。この 場合には当然この別アルゴリズムの策定が大きな課題となるこ とはいうまでもない。

更に本検討では電圧観測の最短時間を0.5 hとしているが、 実際に車載センサに組み込むうえでは更に短時間の観測からで も安定したパラメータ推定を可能とすることが求められると考 える。これには上記の演算の安定化を確立することが不可欠で あるが、電圧観測時間の短縮とその際のパラメータ推定精度限 界の見極めも重要な課題であると考える。

#### 参考文献

- 渡辺(正),金村,益田,渡辺(正義):電気化学,基礎科学コース, 丸善株式会社
- 2) 金谷健一:これなら分かる最適化数学,共立出版株式会社
- 3) 片山徹:新版応用カルマンフィルタ, 朝倉書店